Model 4 test admitere

1. Numărul de elemente ale mulţimii

$$A = \left\{x \in \mathbb{N} \mid (2-x)\left(x^2-30\right) \geq 0\right\}$$

este:
(a) 1; (b) 4; (c) 5; (d) 3.

2. Numărul de elemente ale mulţimii

$$A = \left\{z \in \mathbb{Q} \mid z = \frac{x}{(x+8)(x+9)}, x \in \mathbb{Z}, |x| \leq 15\right\}.$$

este:
(a) 28; (b) 29; (c) 31; (d) 26.

3. Mulţimea valorilor reale ale parametrului m pentru care graficul funcţiei

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x^2 + 2mx + 9$$

intersectează axa Ox în două puncte distincte este:
(a) $(-3, 3)$; (b) $(0, 3)$;
(c) $(-\infty, -3) \cup (3, \infty)$ (d) $(-\infty, -3] \cup [3, \infty)$.

4. Valorea expresiei $b^2 + c^2, b, c \in \mathbb{R}$ pentru care funcţia

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x^2 - bx + c$$

are valoarea minimă 4 în punctul $x = 1$ este:
(a) 26 (b) 29 (c) 13 (d) 20.

5. Se dau punctele $A(1, -1)$, $B(0, 2)$, $C(5, 0)$. Mulţimea punctelor $M(x, y)$ pentru care $MA^2 + MB^2 - 2MC^2 = 6$ este:
(a) dreapta de ecuatie $9x - y - 25 = 0$;
(b) cercul de centru $D(4, 1)$ si raza $R = 1$;
(c) dreapta de ecuatie $3x - y - 4 = 0$;
(d) cercul de ecuatie $x^2 + y^2 - 2x + 3y - 4 = 0$.

6. Derivata funcţiei

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = \int_x^{x^4} e^{t^2} \sin t \cdot dt$$

este:

(a) $e^{x^4} \cdot \sin x^4 - e^{x^2} \sin x$ (b) $e^{x^4} \cdot \sin x^4 + e^{x^2} \cos x$

(c) $4x^3 \cdot e^{x^8} \cdot \sin x^4 - e^{x^2} \sin x$ (d) $4x^3 \cdot e^{x^4} \cdot \sin x^4 - e^{x^2} \sin x$.

7. Primitivele funcţiei:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}},$$

pentru $x \in (0, +\infty)$, sunt:

(a) $2\sqrt{x} - 3\sqrt[3]{x} + 6\sqrt[6]{x} - 6\ln\left(\sqrt[6]{x} + 1\right) + C$;

(b) $\sqrt{x} - \sqrt[3]{x} + \sqrt[6]{x} - 2\ln\left(\sqrt[6]{x} + 1\right) + C$;

(c) $2\sqrt{x} + 3\sqrt[3]{x} - \dfrac{1}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}} + C$;

(d) $2\sqrt{x} - 3\sqrt[3]{x} + \dfrac{1}{\sqrt{x} - \sqrt[3]{x}} + C$.

8. Pentru fiecare $a \in \mathbb{R}$, notăm cu $E(a)$ valoarea minimă a expresiei $x^2 + y^2$ când punctul de coordonate (x, y) aparţine dreptei $x - y + a = 0$. Atunci valoarea sumei

$$E(1) + E\left(\sqrt{2}\right) + E\left(\sqrt{3}\right) + ... + E\left(\sqrt{12}\right)$$

este divizibilă cu:

(a) 11 (b) 12 (c) 13 (d) 15.

9. Se dau dreptele de ecuaţii $(d_1) : x + y - 2 = 0$, $(d_2) : 3x - 2y + 1 = 0$. Ecuaţia dreptei ce trece prin punctul $M\,(2, 3)$ şi prin punctul de intersectie a dreptelor d_1 şi d_2 este:

(a) $8x - 7y + 5 = 0$; (b) $-7x + 8y - 10 = 0$;

(c) $-8x + 5y + 1 = 0$; (d) $7x + 8y - 40 = 0$.

10. Fie

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f\,(x) = \begin{cases} e^{x-1} - 1, & x < 1 \\ x^3 - 1, & x \geq 1 \end{cases}.$$

Valoarea integralei $\displaystyle\int_0^2 f\,(x)\,dx$ este:

(a) $\dfrac{1}{e} - \dfrac{11}{4}$; (b) $-\dfrac{1}{e} + \dfrac{11}{4}$; (c) $-e + \dfrac{9}{4}$; (d) $e - \dfrac{9}{4}$.

11. Fie

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x^2 e^{-x}.$$

Dacă $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ este o primitivă a funcţiei pentru care $F(0)=1$ atunci $\lim\limits_{x\to\infty}F(x)$ este:

(a) 3 $\quad$ (b) ∞ $\quad$ (c) 0 $\quad$ (d) nu există.

12. Dacă matricea $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d\end{pmatrix}\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, $A\neq 0_2$, verifică relaţia $A^2=0_2$, $0_2=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0\end{pmatrix}$ atunci

(a) $a+d=0, ad-bc=0$ $\quad$ (b) $a+d=0, ad-bc=1$
(c) $a+d=0, ad-bc=-1$ $\quad$ (d) $a+d=1, ad-bc=1$

13. Mulţimea tuturor numerelor reale care satisfac inecuaţia:

$$x^{\sqrt{x}}<\left(\sqrt{x}\right)^x$$

este:

(a) $\mathbb{R}$ $\quad$ (b) $(0,1)\cup(4,\infty)$ $\quad$ (c) $(-1,1)\cup(4,\infty)$ $\quad$ (d) nu există.

14. Se consideră funcţia

$$f:[-1,1]\to\mathbb{R}, f(x)=\begin{cases} x^2e^{x^3}, & x\in[-1,0) \\ x^3e^{x^2}, & x\in[0,1]\end{cases}.$$

Fie $I=\int\limits_{-1}^{1}f(x)dx$ şi $L=\lim\limits_{n\to\infty}n\int\limits_{0}^{\frac{1}{n}}f(x)dx$. Atunci valorile lui I şi L sunt:

(a) $I=\frac{5}{6}-\frac{1}{3}e^{-1}, L=0;$ $\quad$ (b) $I=\frac{1}{3}\left(e-e^{-1}\right), L=-1;$
(c) $I=\frac{5}{6}-\frac{1}{3}e^{-1}, L=1;$ $\quad$ (d) $I=\frac{1}{3}\left(e^{-1}-e^{1}\right), L=0.$

15. Fie

$$\frac{1}{\sin x}+\frac{1}{\cos x}=m.$$

Valoarea funcţiei trigonometrice $\sin 2x$ exprimată în funcţie de m, $m\neq 0$, dacă $x\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$ este:

(a) $\dfrac{2+2\sqrt{1+m^2}}{m^2};$ $\quad$ (b) $\dfrac{2-2\sqrt{1+m^2}}{m^2};$
(c) $\dfrac{-2-2\sqrt{1+m^2}}{m^2};$ $\quad$ (d) $\dfrac{-2+2\sqrt{1+m^2}}{m^2}.$

16. Fie

$$\frac{\cos x}{a}=\frac{\cos 3x}{b}, a,b\in(0,\infty), a\geq b, \cos x\neq 0.$$

Valoarea funcţiei trigonometrice $\operatorname{tg}^2 x$ este:
$(a)\ \dfrac{a+b}{3a+b}$ $\quad (b)\ \dfrac{a-b}{3a+b}$ $\quad (c)\ \dfrac{2a+b}{2a}$ $\quad (d)\ \dfrac{a-b}{2a+b}$.

17. Fie

$$I=\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin x}{x}dx.$$

Precizaţi care din următoarele relaţii este adevărată:
$(a)\ I\in[-1,0]$; $\quad (b)\ I\in\left(\frac{3}{4},1\right]$; $\quad (c)\ I\in\left[\frac{1}{2},\frac{1}{\sqrt{2}}\right]$; $\quad (d)\ I\in\left(\frac{1}{2},\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$.

18. Fie funcţia

$$f:[-1,1]\to\mathbb{R}, f(x)=\cos(n\arccos x).$$

Valoarea numărului n natural pentru care volumul corpului obţinut prin rotirea graficului funcţiei f în jurul axei Ox să fie egală cu $\dfrac{14\pi}{15}$ este:
(a) 1 $\quad (b)$ 0 $\quad (c)$ 3 $\quad (d)$ 2.

19. Toate matricele reale de ordin doi de forma

$$X=\begin{pmatrix} a & b\\ c & d\end{pmatrix}$$

care verifică relaţia:

$$X^2-2aX+\left(a^2+b^2\right)I_2=0$$

sunt:
$(a)\ \begin{pmatrix} a & c\\ c & a\end{pmatrix},\begin{pmatrix} a & b\\ -b & a\end{pmatrix}$ $\quad (b)\ \begin{pmatrix} a & 0\\ c & a\end{pmatrix},\begin{pmatrix} a & b\\ -b & a\end{pmatrix}$
$(c)\ \begin{pmatrix} a & 0\\ c & a\end{pmatrix},\begin{pmatrix} a & b\\ b & a\end{pmatrix}$ $\quad (d)\ \begin{pmatrix} a & -c\\ c & a\end{pmatrix},\begin{pmatrix} a & b\\ b & a\end{pmatrix}$.

20. Fie sistemul:

$$\begin{cases} ax+(a+1)\,y+(a+2)\,z=a+3\\ bx+(b+1)\,y+(b+2)\,z=b+3\\ x+cy+c^2z=c^3\end{cases}$$

Toate valorile parametrilor reali a,b şi c pentru care sistemul este compatibil nedeterminat sunt:

(a) $c=1$ (b) $a=b$ (c) $c=0$ (d) $c=1$ sau $a=b$.

21. Pentru fiecare număr real x se consideră:

$$E(x)=\sqrt{2x+19-8\sqrt{2x+3}}+\sqrt{2x+7-8\sqrt{2x+3}}.$$

Pentru $x\in\left[\frac{1}{2},\frac{13}{2}\right]$ valoarea lui $E(x)$ este:
(a) 2 (b) $2\sqrt{2x+3}-6$ (c) -2 (d) 0.

22. Fie ecuaţia

$$x^5+5x^3+5x-2m=0.$$

Numărulde rădăcini reale ale ecuaţiei, pentru orice $m\in\mathbb{R}$, este:
(a) 0; (b) 1; (c) 3; (d) 5.

23. Se consideră polinomul $P(x)$ de grad cel puţin doi care satisface condiţiile:
a) $P(x)$ împărţit la $x+1$ dă restul 2,
b) $(x+1)\,P(x)+xP(x+3)=1$.
Restul împărţirii polinomului $P(x)$ la x^2-x-2 este:
(a) $x-1$; (b) $-x+1$; (c) 1; (d) 0.

24. Numărul soluţiilor din $\mathbb{Z}_6$ ale ecuaţiei

$$\hat{4}x+\hat{2}=\hat{3}.$$

este:
(a) 4 (b) 6 (c) 2 (d) 0.

25. Suma pătratelor rădăcinilor ecuaţiei

$$\left(x^2+1\right)^7-6\left(x^2+1\right)+9=0$$

este:
(a) 14; (b) -14; (c) 7; (d) 0.

26. Fie $a,b\in\mathbb{R}, a<b$ şi $f:[0,b-a]\to\mathbb{R}$, strict pozitivă şi continuă pe intervalul de definiţie. Valoarea integralei:

$$\int_a^b \frac{f(x-a)}{f(x-a)+f(b-x)}dx$$

este:

(a) 0; (b) $\dfrac{b-a}{2}$; (c) $\dfrac{f(b+a)-f(b-a)}{2}$; (d) $\dfrac{f(b)+f(a)}{2}$.

27. Mulţimea tuturor punctelor în care funcţia:

$$f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\arcsin\frac{2x}{x^2+1}$$

este derivabilă este:

(a) $\mathbb{R}$; (b) $\mathbb{R}\setminus\{-1,1\}$; (c) $(-1,1)$; (d) $[-1,1]$.

28. Fie funcţiile:

$$\begin{aligned} u &: \mathbb{R}\to\mathbb{R}, \\ u(x) &= \frac{2|x|}{x^2+1}, a>0, a\neq 1, \\ f(x) &= a^{u(x)}. \end{aligned}$$

Toate valorile lui a pentru care

$$1\le f(x)\le 2, \forall x\in\mathbb{R}$$

sunt:

(a) $\mathbb{R}$; (b) $(0,1)$; (c) $(1,2]$; (d) $(1,2)$.

29. Se consideră polinomul:

$$P(x)=x^{2016}-x^{1989}+x^{1944}-x^{1600}+x^4+x^3+1$$

Atunci valoarea lui $P(i), i^2=-1$, este:

(a) $1+i$; (b) i; (c) 0; (d) $-2i+3$.

30. Ecuaţiile dreptelor ce trec prin punctul $(1,2)$ şi sunt egal depărtate de punctele $(3,3)$ şi $(5,2)$ sunt:

(a) $x+2y-5=0, x-6y+11=0$; (b) $2x+y-4=0, x-6y+11=0$;
(c) $x+2y-5=0, -6x-3y+11=0$; (d) $2x+y-4=0, -x-6y+11=0$;