

### Model 6 test admitere

1. Valoarea parametrului real  $t$  pentru care ecuațiile  $tx^2 + x + 1 = 0$  și  $x^2 + tx + 1 = 0$  au exact o soluție comună este:

a) 1      b)  $\frac{-1 + \sqrt{2}}{2}$       c) -1      d) -2.

2. Considerăm familia de funcții de gradul al doilea  $f_m : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f_m(x) = x^2 - 2mx + m$ ,  $m \in \mathbb{R}$ . Notăm cu  $V_m(x_m, y_m)$  vârfurile parabolilor asociate. Atunci:

- (a) Pentru  $m \in (-\infty, 0]$ ,  $V_m$  se află la dreapta axei  $Oy$ .
- (b) Pentru  $m \in [0, +\infty)$ ,  $V_m$  se află deasupra axei  $Ox$ .
- (c) Pentru  $m \in [0, 1]$ ,  $V_m$  se află în cadranul I.
- (d) Pentru  $m \in [1, +\infty)$ ,  $V_m$  se află în cadranul al II-lea.

3. Mulțimea de definiție a funcției  $f(x) = \arcsin(\ln(1 - \sqrt{1 - x}))$  este:

a)  $\left[\frac{2e-1}{e^2}, 1\right]$       b)  $[0, 1]$       c)  $\left[-1, \frac{2e-1}{e^2}\right]$       d)  $\left[\frac{2e-1}{e^2}, 1\right)$ .

4. Fie  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$  un șir de numere reale astfel încât șirul  $b_n = \frac{a_{n+1}}{a_n}$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$  este o progresie geometrică. Se știe că  $a_1 = 1$ ,  $b_1 = 2$  iar rația progresiei geometrice este  $q = 4$ . Atunci,

- (a)  $a_n = 2^{(n-1)^2}$ , pentru orice  $n \geq 1$
- (b)  $a_n = 2^{n^2+2n}$ , pentru orice  $n \geq 1$
- (c)  $a_n = 2^{n^2}$ , pentru orice  $n \geq 1$
- (d)  $a_n = 2^n$ , pentru orice  $n \geq 1$

5. Fie funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^3 + \alpha x + 1$ . Atunci,

- (a) Pentru  $\alpha \in (-\infty, 0)$  funcția este bijectivă;
- (b) Funcția  $f$  este injectivă pentru  $\alpha \geq 0$ ;
- (c) Funcția  $f$  este periodică de perioadă 1.
- (d) Funcția  $f$  nu este surjectivă dacă  $\alpha < 0$ .

6. Determinând valorile reale ale lui  $x$  pentru care are loc relația

$$|x|^{2x^2-3x+1} \leq 1$$

se obține:

- (a)  $x \in [-1, 1]$ ;  
 (b)  $x \in [-1, 1] \setminus \{0\}$ ;  
 (c)  $x \in \left[-1, \frac{1}{2}\right]$ ;  
 (d)  $x \in \left[-1, \frac{1}{2}\right)$ .
- 7.** Fie funcția  $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 3^x 4^{1-x} + 3^{1-x} 4^x$ . Atunci,  
 (a) Funcția  $f$  este descrescătoare pe  $[0, 1]$   
 (b) Funcția  $f$  este crescătoare pe  $[0, 1]$   
 (c) Funcția  $f$  este crescătoare pe  $\left[0, \frac{1}{2}\right]$  și descrescătoare pe  $\left[\frac{1}{2}, 1\right]$ .  
 (d) Funcția  $f$  este descrescătoare pe  $\left[0, \frac{1}{2}\right]$  și crescătoare pe  $\left[\frac{1}{2}, 1\right]$ .
- 8.** Se consideră polinomul  $f = X^4 - 2X^3 + X^2 + nX + p$ . Se știe că  $X^2 + 1$  divide  $f$  și notăm cu  $g$  câtul împărțirii lui  $f$  la  $X^2 + 1$ . Atunci,  
 (a)  $g(1) + g(2) + \dots + g(n^4) = 1224$   
 (b)  $g(1) + g(2) + \dots + g(n^4) = 1768$   
 (c)  $g(1) + g(2) + \dots + g(n^4) = -612$   
 (d)  $g(1) + g(2) + \dots + g(n^4) = 612$ .
- 9.** Considerăm un polinom  $f$  cu coeficienți numere întregi care ia valoarea  $+1$  în 4 numere întregi distincte. Atunci,  
 (a)  $f$  ia valoarea  $-1$  în 4 numere întregi distincte.  
 (b)  $f$  ia valoarea  $-1$  în 3 numere întregi distincte.  
 (c)  $f$  ia valoarea  $-1$  în cel puțin 1 număr întreg.  
 (d) Nu există numere întregi  $k$ , pentru care  $f(k) = -1$ .
- 10.** Fie  $\lambda \in (0, 1) \setminus \mathbb{Q}$  astfel încât cel mai mare termen din dezvoltarea  $(\lambda + (1 - \lambda))^{2016}$  este  $T_{101}$ . Atunci,  
 (a)  $[2016\lambda] = 1915$ ;  
 (b)  $[2016\lambda] = 1916$ ;  
 (c)  $[2016\lambda] = 1914$ ;  
 (d)  $[2016\lambda] = 2015$ .
- 11.** Fie  $\omega$  o rădăcină a ecuației  $x^2 - x + 1 = 0$ . Atunci, valoarea determinantului  

$$\begin{vmatrix} \omega^2 & \omega & 1 \\ 1 & \omega^2 & \omega \\ \omega & 1 & \omega^2 \end{vmatrix}$$
 este  
 (a) număr natural

- (b) număr complex pur imaginar
- (c) număr rațional dar nu întreg
- (d) număr irațional

**12.** Fie în  $\mathbb{Z}_3$  sistemul de ecuații liniare

$$\begin{cases} \lambda x + y + z = \hat{0} \\ x + y + \lambda z = \hat{1} \\ x + \lambda y + z = \hat{2} \end{cases}, \lambda \in \mathbb{Z}_3.$$

Atunci,

- (a) Pentru  $\lambda = \hat{1}$  sistemul are o infinitate de soluții;
- (b) Sistemul este incompatibil pentru orice  $\lambda \in \mathbb{Z}_3$ ;
- (c) Pentru  $\lambda = \hat{0}$  sistemul are soluție unică;
- (d) Pentru  $\lambda = \hat{2}$  sistemul are 2 soluții distincte.

**13.** Considerăm mulțimea

$$G = \left\{ A = \begin{pmatrix} a & 0 & b \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c \end{pmatrix} \mid a, b, c \in \mathbb{Z} \right\}.$$

Considerăm perechea  $(G, \cdot)$  unde  $\cdot$  este înmulțirea uzuală a matricelor. Atunci,

- (a) Elementul neutru este  $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  și orice element este inversabil în raport

cu operația ” $\cdot$ ”.

- (b) Elementul neutru este  $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  și orice element este inversabil în raport

cu operația ” $\cdot$ ”

- (c) Elementul neutru este  $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  și există elemente din  $G$  neinvertibile în

raport cu operația ” $\cdot$ ”

- (d) Operația ” $\cdot$ ” nu admite element neutru în  $G$ .

**14.** Considerăm șirul definit recurent prin  $a_1 = 2$ ,  $a_{n+1} = \sqrt{2 + \sqrt{a_n}}$ . Atunci

- (a) Șirul  $a_n$  este mărginit dar divergent;
- (b) Șirul  $a_n$  este convergent și  $\lim a_n \in (0, 2)$ ;
- (c) Șirul  $a_n$  este convergent și  $\lim a_n = \sqrt{2}$ ;

(d) Şirul  $a_n$  este convergent şi  $\lim a_n = 2$ .

**15.** Fie limita

$$L = \lim_{x \rightarrow 0_+} x \left( \left[ \frac{1}{x} \right] + \left[ \frac{2}{x} \right] + \dots + \left[ \frac{n}{x} \right] \right), \quad n \in \mathbb{N}^*.$$

Atunci,

- (a)  $L = 0$  pentru orice  $n \in \mathbb{N}$ ;
- (b)  $L = n^2$  pentru orice  $n \in \mathbb{N}$ ;
- (c)  $L = 2016$  pentru  $n = 1008$ ;
- (d)  $L = 2016$  pentru  $n = 63$ .

**16.** Fie  $a, b, c \in \mathbb{R}$  şi funcţia

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \begin{cases} x^2 + ax, & x \in \mathbb{Q} \\ -bx^2 + cx, & x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} \end{cases}.$$

Atunci,

- (a) Funcţia  $f$  este discontinuă pe  $\mathbb{R}$  pentru orice  $a, b, c \in \mathbb{R}$ ;
- (b) Pentru  $b = -1$  există  $a \neq c$  astfel încât  $f$  să aibă un punct de continuitate diferit de  $x = 0$ ;
- (c) Există valori pentru  $a, b, c \in \mathbb{R}$ ,  $a \neq c$  astfel încât  $f$  este continuă pe  $\mathbb{R}$ ;
- (d) Există valori pentru  $a, b, c \in \mathbb{R}$ ,  $b \neq -1$  astfel încât  $f$  să aibă un punct de continuitate diferit de  $x = 0$ .

**17.** Fie funcţia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x \cdot \{x\}$ , unde prin  $\{x\}$  se înţelege partea fracţionară a lui  $x$ . Atunci,

- (a) Funcţia  $f$  este derivabilă pe  $\mathbb{R}$ ,  $f'(x) = x + \{x\}$ ;
- (b) Funcţia  $f$  este derivabilă pe  $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}$ ,  $f'(x) = 2x - [x]$ ;
- (c) Funcţia  $f$  nu este derivabilă în nici un punct;
- (d) Funcţia  $f$  nu este continuă în nici un punct.

**18.** Considerăm funcţia  $f : [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \sin(a \sin x)$ , unde  $a \in (0, \pi)$ . Valoarea lui  $a$  pentru care unul din punctele date de teorema lui Rolle este  $c = \frac{\pi}{4}$  este:

- (a)  $\frac{\pi}{2}$
- (b)  $\frac{\pi}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}$
- (c)  $\frac{\pi}{\sqrt{2}}$
- (d) Acestei funcţii nu i se poate aplica teorema

lui Rolle.

**19.** Pentru  $m, n \in \mathbb{N} \setminus \{0, 1\}$  considerăm funcţia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^m(1 - x)^n$ . Atunci

- (a) Pentru  $m, n$  pare,  $f$  are 3 puncte de extrem local;
- (b) Pentru  $m, n$  impare,  $f$  are 3 puncte de extrem local;
- (c) Pentru  $m$  par şi  $n$  impar,  $f$  are 3 puncte de extrem local;

(d) Pentru  $m$  impar și  $n$  par,  $f$  are 3 puncte de extrem local.

**20.** Fie  $f : (0, 2) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = ax + \ln x$ , unde  $a \in \mathbb{R}$ . Atunci:

- (a) Pentru orice  $a \in \mathbb{R}$ , orice primitivă a lui  $f$  este crescătoare pe  $(0, 2)$ ;
- (b) Există  $a \in \mathbb{R}$  pentru care orice primitivă a lui  $f$  este descrescătoare;
- (c) Pentru orice  $a \in \mathbb{R}$ , nici o primitivă a lui  $f$  nu este monotonă;
- (d) Pentru orice  $a \in \mathbb{R}$ , orice primitivă a lui  $f$  este descrescătoare pe  $(0, 2)$ .

**21.** Considerăm șirul  $(I_n)$  definit de integrala

$$I_n = \int_a^b \frac{\sin nx}{x} dx, \quad n \geq 1, \text{ unde } 0 < a < b.$$

- (a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n = 0$ ;
- (b) Șirul  $I_n$  nu are limită;
- (c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n = b - a$ ;
- (d)  $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n = a \cdot b$ .

**22.** Fie integrala  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{2 + a \sin x} dx$ ,  $a \in [0, 1]$ . Atunci,

- (a) Valoarea minimă a integralei se atinge pentru  $a = 0$  și este egală cu  $\frac{\pi}{2}$ ;
- (b) Valoarea minimă a integralei se atinge pentru  $a = 1$  și este egală cu  $\frac{\pi}{3\sqrt{3}}$ ;
- (c) Valoarea maximă a integralei se atinge pentru  $a = 0$  și este egală cu  $\frac{\pi}{2}$ ;
- (d) Valoarea maximă a integralei se atinge pentru  $a = 1$  și este egală cu  $\frac{\pi}{3\sqrt{3}}$ .

**23.** Graficul funcției  $f : [0, \frac{\pi}{2}] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \sin x$  se rotește în jurul axei  $Oy$ . Atunci, volumul corpului de rotație obținut este

- (a)  $\frac{\pi^2}{4}$
- (b)  $\frac{\pi^2}{4} - 2$
- (c)  $\pi \left( \frac{\pi^2}{4} - 2 \right)$
- (d)  $\frac{\pi^3}{2}$ .

**24.** Fie  $f = x^3 + mx^2 + nx + 1$  un polinom de gradul 3 pentru care numărul real  $a$  este o rădăcină dublă.

- (a) Există o unică primitivă a lui  $f$  pentru care  $a$  este o rădăcină triplă.
- (b) Numărul  $a$  este rădăcină pentru orice primitivă a lui  $f$ ;
- (c) Există o primitivă a lui  $f$  pentru care  $a$  este rădăcină de ordin 4;
- (d) Există o infinitate de primitive ale lui  $f$  pentru care  $a$  este rădăcină triplă.

**25.** Notăm cu  $S$  suma soluțiilor ecuației  $\sin 4x + \sin 6x = 0$  din intervalul  $[-2\pi, 2\pi]$ . Atunci,

- (a)  $S = 0$ ; (b)  $S = 8\pi$  (c)  $S = 10\pi$  (d)  $S = -10\pi$ .

**26.** Funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \sin \pi x + \{x\}$  are proprietatea că:

- (a) este neperiodică;  
 (b) este periodică de perioadă  $2\pi$ ;  
 (c) este periodică de perioadă 1;  
 (d) este periodică de perioadă 2.

**27.** Considerăm în plan punctele  $A(2, 4)$ ,  $B(-1, 1)$ ,  $C(0, -2)$  și vectorul  $\vec{u} = a\vec{AB} + b\vec{AC}$ , unde  $a, b \in \mathbb{R}$ .

- (a)  $\vec{u}$  este coliniar cu  $\vec{BC}$  pentru  $a = 2$ ,  $b = 2$ ;  
 (b)  $\vec{u}$  este coliniar cu  $\vec{BC}$  pentru  $a = 1$ ,  $b = 0$ ;  
 (c)  $\vec{u}$  este perpendicular pe  $\vec{BC}$  pentru  $a = 8$  și  $b = 3$ ;  
 (d)  $\vec{u}$  este perpendicular pe  $\vec{BC}$  pentru  $a = 16$  și  $b = -6$ .

**28.** Fie  $(d)$  o dreaptă de ecuație  $x + 2y - 3 = 0$  și punctul  $B(4, 0)$ . Punctul  $C$  pentru care dreapta  $(d)$  este mediatoarea segmentului  $BC$  este

- (a)  $C\left(\frac{1}{5}, -\frac{4}{5}\right)$  (b)  $C\left(\frac{18}{5}, -\frac{4}{5}\right)$  (c)  $C\left(\frac{18}{5}, -\frac{8}{5}\right)$  (d)  $C\left(\frac{1}{5}, -\frac{1}{5}\right)$ .

**29.** Un triunghi dreptunghic are lungimile laturilor în progresie aritmetică și aria egală cu  $600\text{cm}^2$ . Atunci, notând cu  $r$  raza cercului înscris și cu  $R$  raza cercului circumscris triunghiului, avem:

- (a)  $r = 10$ ,  $R = 25$ ;  
 (b)  $r = 15$ ,  $R = 20$ ;  
 (c)  $r = 10$ ,  $R = 20$ ;  
 (d)  $r = 15$ ,  $R = 25$ .

**30.** Fie  $A(-2, 3)$  și  $B(2, -1)$ . Dacă centrul cercului înscris în triunghiul  $ABC$  are coordonatele  $(1, 2)$  atunci punctul  $C$  are coordonatele:

- (a)  $\left(\frac{11}{3}, \frac{8}{3}\right)$ ;  
 (b)  $\left(-\frac{8}{3}, \frac{11}{3}\right)$ ;  
 (c)  $\left(\frac{8}{3}, \frac{11}{3}\right)$ ;  
 (d)  $\left(\frac{8}{3}, -\frac{11}{3}\right)$ .